STATISTINIŲ KRITERIJŲ TAIKYMAS. PARAMETRINIAI KRITERIJAI

1. Alternatyvos atmainos ir kritinės reikšmės bei p-reikšmės

Pereinant nuo 10 paskaitos konspekte aptartos bendrosios statistinių kriterijų sampratos prie konkrečių jų taikymo tyrimų rezultatams situacijų svarbu atkreipti dėmesį į tai, kad tiek kritinių reikšmių (bei, tuo pačiu, kritinių sričių) pasirinkimas, tiek ir *p*-reikšmės apskaičiavimas priklauso dar ir nuo to, kaip konkrečiai yra formuluojama alternatyva H_1 (prisimintina taip pat, jog nulinė hipotezė H_0 visada formuluojama vienodai). Kadangi konkretus tiek nulinės hipotezės, tiek ir alternatyvos „turinys“ gali labai įvairuoti, tai apibendrintai sakysime, jog abiejose jose yra kas nors teigiama apie *dviejų objektų* (kurie gali būti labai įvairūs, pvz., tam tikri skirstinio parametrai, skirstinio forma ir pan.) tarpusavio santykį, jų „statistinę“ lygybę arba nelygybę. Tuos objektus žymint tiesiog *Obj1* ir *Obj2*, pastovią alternatyvos „postuluotę“ galima užrašyti taip:

H_0: Obj1 = Obj2

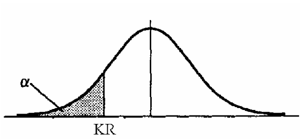
Tuo tarpu alternatyva iš principo gali būti net trejopo „turinio“:

(1) H_1: Obj1 ≠ Obj2

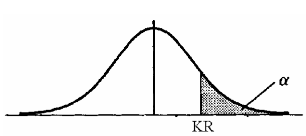
(2) H_1: Obj1 < Obj2

(3) H_1: Obj1 > Obj2

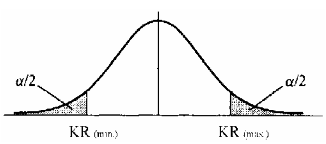
Pirmosios atmainos alternatyva yra vadinama *dvipuse*, o antrosios ir trečiosios – *vienpuse*; pastaroji, savo ruožtu, dar gali skirstoma į kairinę (2) ir dešininę (3). Nuo alternatyvos tipo (vienpusė ar dvipusė) priklauso, kaip minėta, kritinių ribų parinkimas kriterijų statistikoms bei *p*-reikšmių apskaičiavimas pagal tas statistikas. Idėja tokia: kadangi KS yra specialiai, dirbtinai „sukonstruotas“ atsitiktinis dydis, turintis tam tikrą tikimybinį skirstinį (ir, tuo pačiu, galimų įgyti reikšmių aibę), tai kritinė reikšmė yra toks taškas (ar taškai) galimų KS reikšmių aibėje, iš kurio išvestas statmuo padalina plotą, ribojamą skirstinio tankio kreivės ir KS (*x*-sų) ašies, į dvi dalis, kurių viena savo dydžiu atitinka reikšmingumo lygmenį (α), kita – patikimumą (1–α), o jų sumą – visą tą plotą, „vaizduojantį“ 'tikimybės vienetą'. *Vienpusės* alternatyvos atveju tokių taškų tebūna vienas:



arba



Kai alternatyva *dvipusė*, tokių taškų būna du, nes tada ir kritinių reikšmių yra dvi: mažoji („minimalistinė“, kairioji) ir didžioji („maksimalistinė“, dešinioji). Pirmoji iš jų „atriekia“ vieną reikšmingumo lygmeniui α tenkančio „tikimybės“ ploto pusę, antroji – kitą:



Tad šiuo atveju patikimumą (1–α) atitinkanti ploto dalis išlieka vientisa ir telkiasi po centrine tikimybės tankio kreivės dalimi, o ploto dalis, atitinkanti reikšmingumo lygmenį α, išsiskaido į dvi lygaus dydžio puses, kurių viena atsiduria po kairiuoju, o antra – po dešiniuoju tikimybės tankio kreivės „sparnu“ („uodega“).

Todėl kritinių reikšmių (KR) apskaičiavimas yra ne kas kita kaip minėtojo taško ar taškų nustatymas pagal iš anksto pasirinktą reikšmingumo lygmenį *a*, atsižvelgiant į kriterijaus statistikos (KS) tikimybinio skirstinio rūšį ir konkretų alternatyvos formulavimą. O *p*-reikšmės apskaičiavimas yra kaip ir atvirkščias uždavinys – „atriekiamo“ ploto (tuo pačiu – ir tikimybės), tenkančio reikšmingumo faktiškajam lygmeniui α, nustatymas pagal gautą empirinę kriterijaus statistikos (KS) reikšmę, atsižvelgiant į KS tikimybinio skirstinio rūšį ir konkretų alternatyvos formulavimą.

Toliau konspektyviai ir aksiomatiškai pateikiamos *MS Excel* skaičiuojamosios išraiškos (formulės), leidžiančios atsižvelgiant į kriterijaus statistikos (KS) tikimybinio skirstinio rūšį bei alternatyvos formuluotę apskaičiuoti kaip kritines reikšmes pasirinktam reikšmingumo lygmeniui, taip ir *p*-reikšmes gautajai KS reikšmei.

A. KS skirstinys – ***standartinis normalusis*** (tokį skirstinį turinti KS dažnai žymima *u* arba *z*):

a) Kritinės reikšmės, kai iš anksto pasirenkamas reikšmingumo lygmuo α:

• Vienpusė kairinė alternatyva (H_1: Obj1< Obj2):

KR = NORMSINV(α)

• Vienpusė dešininė alternatyva (H_1: Obj1> Obj2):

KR = NORMSINV(1– α)

• Dvipusė alternatyva (H_1: Obj1 ≠ Obj2):

KR $_{\text{(kair.)}}$ = NORMSINV(α / 2)

KR $_{\text{(deš.)}}$ = NORMSINV(1– α / 2)

b) *p*- reikšmės, kai gautoji KS reikšmė lygi *u*:

• Vienpusė alternatyva (H_1: Obj1< Obj2 arba H_1: Obj1> Obj2):

p = 1-NORMSDIST(ABS(u))

• Dvipusė alternatyva (H_1: Obj1 ≠ Obj2):

p = 2*(1-NORMSDIST(ABS(u)))

B. KS skirstinys – ***Stjudento*** (tokį skirstinį turinti KS dažnai žymima *t* arba *T*) su *k* laisvės laipsnių:

a) Kritinės reikšmės, kai iš anksto pasirenkamas reikšmingumo lygmuo α:

• Vienpusė kairinė alternatyva (H_1: Obj1< Obj2):

KR = (-1)*TINV(2*α; k)

• Vienpusė dešininė alternatyva (H_1: Obj1> Obj2):

KR = TINV(2*α; k)

• Dvipusė alternatyva (H_1: Obj1 ≠ Obj2):

KR $_{\text{(kair.)}}$ = (-1)* TINV(α; k)

KR $_{\text{(deš.)}}$ = TINV(α; k)

b) *p*- reikšmės, kai gautoji KS reikšmė lygi *t*:

• Vienpusė alternatyva (H_1: Obj1< Obj2 arba H_1: Obj1> Obj2):

p = TDIST(ABS(t); k; 1)

• Dvipusė alternatyva (H_1: Obj1 ≠ Obj2):

p = TDIST(ABS(t); k; 2)

C. KS skirstinys – ***chi-kvadrato*** su *k* laisvės laipsnių:

a) Kritinės reikšmės, kai iš anksto pasirenkamas reikšmingumo lygmuo α:

• Vienpusė kairinė alternatyva (H_1: Obj1< Obj2):

KR = CHIINV(1-α; k)

• Vienpusė dešininė alternatyva (H_1: Obj1> Obj2):

KR = CHIINV(α; k)

• Dvipusė alternatyva (H_1: Obj1 ≠ Obj2):

KR $_{(kair.)}$ = CHIINV(1-α/2; k)

KR $_{(deš.)}$ = CHIINV(α/2; k)

b) *p*- reikšmės, kai gautoji KS reikšmė lygi *x*:

• Vienpusė alternatyva (H_1: Obj1< Obj2 arba H_1: Obj1> Obj2):

p = IF(CHIDIST(x; k)<=0,5; CHIDIST(x; k); 1-CHIDIST(x; k))

• Dvipusė alternatyva (H_1: Obj1 ≠ Obj2):

p = 2 * IF(CHIDIST(x; k)<=0,5; CHIDIST(x; k); 1-CHIDIST(x; k))

D. KS skirstinys – ***Fišerio*** su *b* ir *c* laisvės laipsnių:

a) Kritinės reikšmės, kai iš anksto pasirenkamas reikšmingumo lygmuo α:

• Vienpusė kairinė alternatyva (H_1: Obj1< Obj2):

KR = FINV(1-α; b; c)

• Vienpusė dešininė alternatyva (H_1: Obj1> Obj2):

KR = FINV(α; b; c)

• Dvipusė alternatyva (H_1: Obj1 ≠ Obj2):

KR $_{(kair.)}$ = FINV(1-α / 2; b; c)

KR $_{(deš.)}$ = FINV(α / 2; b; c)

b) *p*- reikšmės, kai gautoji KS reikšmė lygi *f*:

• Vienpusė alternatyva (H_1: Obj1< Obj2 arba H_1: Obj1> Obj2):

p = IF(FDIST(f; b; c)<=0,5; FDIST(f; b; c); 1-FDIST(f; b; c))

• Dvipusė alternatyva (H_1: Obj1 ≠ Obj2):

p = 2 * IF(FDIST(f; b; c)<=0,5; FDIST(f; b; c); 1-FDIST(f; b; c))

Šių skaičiuojamųjų išraiškų praktiškai pakanka didžiajai daugumai praktinių taikimų

2. Parametriniai kriterijai

Taip vadinamie tie statistiniai kriterijai, kuriais naudojamasi tada, kai keliamos ir vertinamos statistinės hipotezės apie kokius nors empirinių skirstinių *parametrus*. Net ir pačios *hipotezės apie parametrus* yra vadinamos *parametrinėmis* hipotezėmis. Kai tiriamieji požymiai yra *kiekybiniai* (tiek tolydieji, tiek ir diskretieji), tai bene svarbiausiais empirinių skirstinių parametrais paprastai laikomi *vidurkis* (vidutinė požymio reikšmė imtyje) ir *dispersija* (arba – vidutinis kvadratinis nuokrypis). O jeigu tiriamas *ranginis* ar, tuo labiau, *kokybinis* požymis, ir vidutinės jo reikšmės (nei dispersijos) apskaičiuoti neįmanoma, tai dažniausiai keliamos statistinės hipotezės apie vienokių ar kitokių konkrečių tokio požymio reikšmių *santykinius dažnumus* (t.y. proporcijas imtyje, užimamas imties dalis).

Pabrėžtina, jog taikant parametrinius statistinius kriterijus būtina žiūrėti, kad imtis atitiktų tam tikras išankstines sąlygas – kriterijų aprašymuose tos „būtinos“ sąlygos dažnai būna nurodomos, aptariamos, tik reikia „nepamiršti“ patikrinti, ar turimi konkretūs tyrimo (eksperimento) duomenys jas atitinka, ar ne. Jeigu reikiamos sąlygos netenkinamos arba jei dėl kokių nors aplinkybių (pvz., dėl per mažo imties dydžio) jų patikrinti bei įvertinti neįmanoma, tai dera rinktis kitokius, dažniausiai – neparametrinius kriterijus, kurie išankstinių sąlygų paprastai nereikalauja, bet iš principo leidžia daryti panašias išvadas kaip ir parametriniai.

Viena iš svarbių išankstinių sąlygų, susijusių su parametrinių kriterijų taikymu, yra tokia: daugelį jų pagrįstai taikyti tegalima tiktai tada, kai tiriamųjų požymio reikšmių skirstinys tiek imtyse, tiek ir populiacijose, iš kurių tos imtys paimtos, yra *normalusis*. Todėl šiaipjau reikėtų prieš taikant tokius kriterijus pirma patikrinti (tam tinkamų neparametrinių kriterijų yra!), ar turimus eksperimento (-ų) duomenis leistina laikyti esant pasiskirsčiusius normaliai, o tai padaryti iš principo teįmanoma tik tada, kai imtys yra pakankamai didelės.

Toliau – keletas tipiškų ir filologams šiaipjau aktualių pavyzdžių, iliustruojančių parametrinių kriterijų taikymą.

3. Dviejų normaliųjų imčių parametrų palyginimo uždaviniai

Išankstinės sąlygos: tiriamasis požymis turi būti kiekybinis tolydusis, o jo reikšmės populiacijose, iš kurių paimtos imtys, pasiskirsčiusios normaliai. Konkretūs jų normaliųjų skirstinių parametrai (μ ir σ^2) populiacijose – nežinomi.

A. Prielaidos apie dviejų nepriklausomų imčių dispersijų lygybę tikrinimas

Turimos dvi *nepriklausomos* (t.y. nesusijusios viena su kita) normaliosios imtys, kurių viena apima n_1, o kita n_2 tiriamojo požymio reikšmių. Dispersijų reikšmės σ^2_1 ir σ^2_2 populiacijose, iš kurių imtys paimtos, nežinomos, tačiau spėjama, kad jos gali būti lygios. Dispersijų įverčiai imtyse yra s^2_1 ir s^2_2. Reikia patikrinti spėjimą. Formuluojame statistines hipotezes:

H_0: $\sigma^2_1 = \sigma^2_2$
H_1: $\sigma^2_1 \neq \sigma^2_2$

Jeigu H_0 teisinga, tai dispersijų įverčių s^2_1 ir s^2_2 *santykis* yra atsitiktinis dydis, turintis Fišerio skirstinį su ($n_1 - 1$) ir ($n_2 - 1$) laisvės laipsnių. Todėl jis gali būti panaudojamas kaip šiai hipotezei įvertinti tinkanti kriterijaus statistika (KS):

$$KS = f = s^2_1 / s^2_2$$

Jos tikimybinį skirstinį apibūdinantys laisvės laipsnių skaičiai bus:

$b = n_1 - 1$
$c = n_1 - 1$

Nustačius konkrečias *f*, *b* ir *c* reikšmes bei žinant alternatyvos atmainą, su *Excel* galima nesunkiai apskaičiuoti ir *p*-reikšmę (žr. anksčiau):

p = 2 * IF(FDIST(f; b; c)<=0,5; FDIST(f; b; c); 1-FDIST(f; b; c))

ir, pasirinkus norimą reikšmingumo lygmenį α, – jį atitinkančias kritines reikšmes:

KR $_{(kair.)}$ = FINV(1-α / 2; b; c)

KR $_{(deš.)}$ = FINV(α / 2; b; c)

Jeigu apskaičiuotoji *p*-reikšmė yra palyginti menka arba jei gautoji *f* „prasilenkia“ su pasirinktam reikšmingumo lygmeniui atliepiančiomis kairine ar dešinine kritinėmis reikšmėmis, tai H_0 *atmetama*, o jei ne – neatmetama, t.y. paliekama ir toliau būti *duomenų nepaneigta* hipoteze.

Beje, konkrečiai šio tipo uždaviniui (prielaidos apie dviejų nepriklausomų normaliųjų imčių dispersijų lygybę patikrinimui, kai alternatyva postuluoja jų nelygybę) *Excel*'is turi ir dar parankesnę priemonę – funkciją:

FTEST(adrImtis1; adrImtis2)

Ji pagal nurodytuosius blokų, kuriuose yra pirmosios ir antrosios imčių duomenys, adresus iškart apskaičiuoja *p*-reikšmę.

Pavyzdys. Tarkime, jog fiksuotas pas du skirtingus gydytojus per tam tikrą laiką apsilankiusių ligonių amžius. Rūpi patikrinti, ar ligonių, apsilankiusių pas vieną ir pas kitą gydytoja, amžiaus sklaida iš esmės vienoda ir varijuoja tik dėl atsitiktinybės veikimo, ar ne. Pas pirmąjį gydytoją lankėsi 32 ligoniai, jų amžiaus dispersija yra 65,55613; pas antrąjį buvo užėję 24 ligoniai, ir šių amžiaus dispersija yra 48,8483. Nulinė hipotezė teigtų, jog dispersijos, kurioms „atstovauja“ tokios empirinės jų realizacijos, yra lygios, alternatyva – kad jos nelygios. Svarbu: niekas čia nesiryžtų „kelti“ nulinės hipotezės jog, esą, 65,55613 yra lygu 48,8483! Kalba čia eina ne apie pačių *skaičių* lygybę, bet apie tai, kad šiais skaičiais perteikiamas empirinių dispersijų *nesutapimas* yra nesistemingas, atsitiktinis, grynai atsitiktinybės apspręstas dalykas. Taigi, nulinei hipotezei įvertinti pasirinkto kriterijaus statistika būtų:

$$KS = f = 65{,}55613 / 48{,}8483 = 1{,}342035$$

o jos tikimybinį skirstinį apibūdinantys laisvės laipsnių skaičiai būtų:

$$b = 32-1 = 31$$
$$c = 24-1 = 23$$

Pagal šiuos duomenis bet kuriuo būdu apskaičiavę *p*-reikšmę rastume ją esant lygią 0,46975. Savaime suprantama, kad tai pakankamai didelis empirinis reikšmingumo lygmuo, neduodantis jokio pagrindo nulinei hipotezei atmesti. Vadinasi, prielaida apie abu gydytojus lankančių ligonių amžiaus sklaidos homogeniškumą paliktina ir toliau „galioti“.

B. Prielaidos apie dviejų priklausomų imčių dispersijų lygybę tikrinimas

Imtys ir šiuo atveju normaliosios, tačiau priklausomos, t. y. jose užfisuotos vias kitą įtakojančių požymių reikšmės. Paprastai priklausomos imtys gaunamos fiksuojant du skirtingus to paties objekto požymius (pvz., žmogaus ūgi ir jo svorį) arba to paties požymio reikšmes tiems patiems objektams po tam tikro poveikio (pvz., kraujospūdį prieš pavartojant tam tikrus vaistus ir po tam tikro laiko juos pavartojus). Todėl šiuo atveju abiejų imčių dydžiai yra vienodi (žymėsime *n*). Požymių sąsajos laipsnį apibūdina koreliacijos koeficientas *r*. Empiriniai abiejų požymių dispersijos įverčiai s^2_1 ir s^2_2 apskaičiuoti ir žinomi. Nulinė hipotezė tvirtina, kad s^2_1 ir s^2_2 „atstovaujamos“ populiacijų dipersijos σ^2_1 ir σ^2_2 yra iš esmės lygios (t.y. įverčiai variuoja tik veikiami atsitiktinumo), alternatyva – kad jos nelygios:

$$H_0:\ \sigma^2_1 = \sigma^2_2$$
$$H_1:\ \sigma^2_1 \neq \sigma^2_2$$

Kriterijaus statistikos (KS) funkciją šiuo atveju atlieka pagalbinis dydis *t*, apskaičiuojamas taip:

$$t = \frac{s_1^2 - s_2^2}{\sqrt{\dfrac{4 s_1^2 s_2^2 (1-r^2)}{(n-2)}}}$$

Kai H_0 teisinga, jis yra atsitiktinis dydis, turintis asimptotinį Stjudento tikimybinį skirstinį su laisvės laipsnių skaičiumi, lygiu $n - 2$ (taigi, $k = n - 2$). Vadinasi, žinodami konkrečias *t* ir *k* reikšmes *su Excel*'iu nesunkiai apskaičiuotume ir gautąją *t* reikšmę atitinkančią *p*-reikšmę, ir kritines reikšmes pasirinktam norimam reikšmingumo lygmeniui *a*:

p = TDIST(ABS(t); k; 2)
$KR_{(kair.)}$ = (-1)* TINV(α; k)
$KR_{(deš.)}$ = TINV(α; k)

O sprendimas, kaip pasielgti su H_0 – atmesti ją ar ne – priklausytų būtent nuo gauto rezultato: jei p-reikšmė būtų gauta menka arba jei t prasilenktų su viena kuria iš kritinių ribų, H_0 atmestume, jei ne – paliktume neatmestą.

C. Prielaidos apie dviejų nepriklausomų imčių vidurkių lygybę tikrinimas, kai jų dispersijos lygios

Tai filologams būdingas ir dažnas uždavinys, iškylantis eksperimentiškai tyrinėjant įvairius kalbos parametrus (pvz., kai reikia patikrinti, ar galima laikyti, jog vienodos yra dviejų garsų *vidutinės* trukmės, *vidutiniai* jų atitinkamų formančių dažniai ir pan.). Situacija iš esmės tokia pati, kaip ir aptartoji A skyrelyje (imčių dydžiai čia žymimi n ir m; vidurkių įverčiai pagal imčių duomenis $x1_{\mathrm{vid}}$ ir $x2_{\mathrm{vid}}$; dispersijų įverčiai – $s^2{}_1$ ir $s^2{}_2$), tik papildomai dar tikrinta ir liko *neatmesta* prielaida apie lyginamųjų imčių dispersijų lygybę. Rūpi patikrinti prielaidą, kad iš imčių duomenų apskaičiuotų vidurkių įverčių $x1_{\mathrm{vid}}$ ir $x2_{\mathrm{vid}}$ „atstovaujami“ atitinkamų populiacijų vidurkiai μ1 ir μ2 yra iš esmės lygūs, o gautąjį vidurkių įverčių nesutapimą apsprendžia vien tiktai atsitiktinumas. Tad statistinės hipotezės būtų:

$H_0: \mu 1 = \mu 2$
$H_1: \mu 1 \neq \mu 2$

Kriterijaus statistika (KS) gali būti pagalbinis dydis t, randamas:

$$t = \frac{x1_{\mathrm{vid}} - x2_{\mathrm{vid}}}{\sqrt{(n-1)s_1^2 + (m-1)s_2^2}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}}$$

Kai H_0 teisinga, jis yra atsitiktinis dydis, turintis Stjudento skirstinį su laisvės laipsnių skaičiumi, prilygstančiu $n + m - 2$ (t.y. $k = n + m - 2$). Vadinasi, apsiskaičiavus t ir k galima tokiu pat būdu kaip ir anksčiau pagal gautąją t reikšmę apskaičiuoti ją atitinkančią p-reikšmę arba, pasirinkus norimą reikšmingumo lygmenį a, apskaičiuoti jį atitinkančias kairinę ir dešininę kritines reikšmes:

p = TDIST(ABS(t); k; 2)
$KR_{(\text{kair.})}$ = (-1)* TINV(α; k)
$KR_{(\text{deš.})}$ = TINV(α; k)

Apskaičiuoti p-reikšmę ir šiuo atveju galima paprasčiau – pasinaudojant specialiai tam skirta pakankamai universalia bei lanksčia *Excel* funkcija TTEST(*adrImtis*1; *adrImtis*2; *skUodegKiekis*; *skTipas*). Jos parametrai *adrImtis1* ir *adrImtis2* savaime suprantami: tai blokų, kuriuose patalpinti pirmosios ir antrosios imčių duomenys, adresai. Parametru *skUodegKiekis* nurodoma, ar alternatyva dvipusė (tada šis parametras lygus 2), ar vienpusė (tada jis lygus 1). Paskutiniuoju skaitmeniniu parametru nurodomas 'situacijos tipas': kai imčių dispersijos lygios, jis būna lygus 2, kai nelygios – lygus 3, o kai tikrinama susijusių (porinių) požymių vidurkių lygybė, jis lygus 1. Taigi šiam konkrečiam atvejui ši funkcija būtų:

TTEST(*adrImtis*1; *adrImtis*2; 2; 2)

D. Prielaidos apie dviejų nepriklausomų imčių vidurkių lygybę tikrinimas, kai jų dispersijos nelygios

Ir situacija, ir statistinių hipotezių formulavimas lieka tokie pat, kaip C skyrelyje, tačiau patikrinus – prielaida apie šių imčių dispersijų lygybę *atmesta*. Kriterijaus statistikos (KS) funkciją atliekantis dydis t tuomet randamas kitaip:

$$t = \frac{x1_{\mathrm{vid}} - x2_{\mathrm{vid}}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}}}$$

Kai H_0 teisinga, šis t taip pat yra Stjudento skirstinį turintis atsitiktinis dydis, tačiau jo laisvės laipsnių skaičius yra mažiausias sveikasis skaičius g, tenkinantis nelygybę:

$$g \leqslant \frac{\left(\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}\right)^2}{\frac{s_1^4}{n^3} + \frac{s_2^4}{m^3}}$$

Taigi, k = g.

O žinodami t bei k įprastu būdu galime rasti tiek t atitinkančią p-reikšmę, tiek ir kritines reikšmes savo nuožiūra pasirinktam reikšmingumo lygmeniui a.

Šiuo atveju – kai tikrinama prielaida apie dviejų nepriklausomų normaliųjų imčių vidurkių lygybę jų dispersijoms esant nelygioms – p-reikšmei apskaičiuoti taip pat tinka ir Excel funkcija TTEST, tik jos parametrai dabar būtų:

TTEST(*adrImtis*1; *adrImtis*2; 2; 3)

E. Prielaidos apie dviejų porinių (priklausomų) imčių vidurkių lygybę tikrinimas

Porines priklausomas imtis gauname tada, kai tų pačių objektų tą patį požymį tiriame du kartus – prieš kokį nors poveikį jiems ir po jo (pvz., kiekybiškai – specialiais testais – įvertiname studentų žinių lygį prieš išklausant kursą ir jį išklausius). Požymis ir čia turi būti kiekybinis, o jo skirstinys populiacijoje – normalusis. Vadinasi, abi imtys – gauta pirmojo ir gauta antrojo tyrimo metu – yra normaliosios, vienodo (n) dydžio, o požymio konkrečios reikšmės jose sudaro poras: (b_1, a_1), (b_2, a_2), (b_3, a_3)... Be to, yra žinoma, jog dviejų *normaliųjų* atsitiktinių dydžių *skirtumo* skirstinys taip pat būna normalusis. Todėl šiuo atveju konstruojant kriterijaus statistiką (KS) remiamasi požymio reikšmių *skirtumais* porose: $d_1 = b_1 - a_1$, $d_2 = b_2 - a_2$, $d_3 = b_3 - a_3$ ... Apskaičiuojamas tų skirtumų vidurkis d_{vid} ir dispersija s^2_{d}. Tada kriterijaus statistika t apskaičiuojama šitaip:

$$t = d_{\mathrm{vid}} / \mathrm{sqrt}(s^2_{\mathrm{d}} / n)$$

Kai H_0 teisinga t yra atsitiktinis dydis, turintis Stjudento skirstinį su $k = n - 1$ laisvės laipsnių, todėl jo panaudojimas p-reikšmei ar kritinėms reikšmėms apskaičiuoti niekuo nesiskiria nuo anksčiau aptartų pavyzdžių.

p-reikšmei apskaičiuoti ir čia gali būti panaudota *Excel* funkcija TTEST, kurios parametrai būtų:

p = TTEST(*adrImtis*1; *adrImtis*2; 2; 1)